

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финн Р. Равновесные капиллярные поверхности. Математическая теория. - М.: Мир, 1989. – 312 с.
2. Бабский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис А.Д., Слобожанин Л.А., Тьюпцов А.Д. Гидромеханика невесомости. - М.: Наука, 1976.
3. Myshkis A.D., Babskii V.G., Kopachevskii N.D., Slobozhanin L.A., Tyuptsov A.D. Low-gravity Fluid Mechanics. Mathematical Theory of Capillary Phenomena.- Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 1986. - 602 pp.
4. Саранин В.А. Равновесие жидкостей и его устойчивость. Простая теория и доступные опыты.- М.: 2002. – 144 с.
5. Адамсон А. Физическая химия поверхностей.- М.: Мир, 1979. – 568 с.
6. Сумм Б.Д., Горюнов Ю.В. Физико-химические основы смачивания и растекания.- М.: Химия, 1976. – 232 с.
7. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. - М.-Л.: Физматлит, 1963. – 358 с.

УДК 532.5

Канд. ф.-м. наук В.И. Елисеев,
канд. техн. наук В.И. Луценко,
мл. науч. сотр. Н.П. Анфимова
(ИГТМ НАН Украины)

ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ НА ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРЕ

Припускаючи вплив шерхлості на ефективний угол змочування чисельно вирішена задача руху рідини у капілярі. Показано, що шерхлість стінки, яка змінюється по гармонійному закону, приводить до такого явища, як гістерезис капілярного змочування.

INFLUENCE OF ROUGHNESS ON MOVEMENT OF THE LIQUID IN THE CAPILLARY

In the assumption of influence on an effective corner of wettability the problem of movement of a liquid in a capillary is numerically solved. It is shown, that the roughness of a wall changing under the harmonious law, results in the phenomenon of a hysteresis of capillary wetting.

Изучение капиллярных явлений, несмотря на значительную свою историю, привлекает внимание исследователей и в настоящее время. Это связано, во-первых, со сложностью явлений и, во-вторых, с проявлением их во многих тонких химико-технологических процессах. Одна из классических задач, связанная с капиллярностью, является задача о подъеме жидкости в капиллярах. Значительный интерес к этой задаче связан с наличием гистерезисов смачивания. Согласно [1] различают несколько форм гистерезисов – статический (порядковый), кинетический и физико-химический. Эти гистерезисы, так или иначе связаны с отличием углов смачивания от их равновесных значений, определяемых уравнением Юнга. Краевые углы формируются под действием различных межфазовых и динамических сил. Различают краевые углы натекания и оттекания. Их образование связано с направлением движения жидкости, т.е. натекает жидкость на поверхность или отступает от нее. При этом разница между такими углами может достигать довольно значительных величин (несколько десятков градусов). Однако, как отмечается в [2] для чистых жидкостей и гладких по-

верхностей можно добиться отсутствия гистерезиса. В случае, если поверхность твердого тела шероховата, возникновение гистерезиса практически неизбежно. В работе [3], в которой гистерезисное явление представлено как неоднозначность решения соответствующих уравнений, было показано, что даже в случае постоянства угла смачивания к статическим гистерезисным явлениям приводят небольшие геометрические изменения капиллярного канала (макроуровень), а также изменение шероховатости поверхности (микроуровень). В данной работе покажем, каким образом шероховатость приводит движущуюся жидкость к тому или иному статическому положению.

Математическая постановка задачи. Математическая постановка задачи полностью сформулирована в [4]. Там из общих законов механики выведены уравнения, описывающие движение столба жидкости в капилляре. Из последних работ необходимо отметить работу [5], в которой, моделируя вытеснение одной жидкости другой, дано более упрощенное рассмотрение этой задачи. В данной работе приведем собственный вывод уравнения движения более удобный для дальнейшего рассмотрения поставленной задачи. Для вывода уравнения движения жидкости в капилляре используем приближенный метод, разработанный в [6]. Выпишем в рамках модели пограничного слоя уравнения движения несжимаемой жидкости в осесимметричном канале

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{dp}{dx} - \rho g + \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial ru}{\partial x} + \frac{\partial rv}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

где t - время; x, r - система координат; u, v - компоненты скоростей, соответствующие x, r ; ρ - плотность жидкости; p - давление; μ - коэффициент динамической вязкости.

Если проинтегрировать, второе уравнение по радиусу капилляра, то получим, что

$$\frac{d}{dx} (R_c^2 \bar{u}) = 0, \quad (3)$$

где R_c - радиус капилляра; \bar{u} - средняя по капилляру скорость. Заменим левую часть уравнения (1) средней величиной, т.е. представим ее в виде

$$\begin{aligned} \frac{2}{R_c^2} \int_0^{R_c} r \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) dr &= \frac{2}{R_c^2} \int_0^{R_c} \left(\frac{\partial ru}{\partial t} + \frac{\partial ru^2}{\partial x} + \frac{\partial ruv}{\partial r} \right) dr = \\ &= \frac{2}{R_c^2} \left(\frac{R_c^2}{2} \frac{d\bar{u}}{dt} + \frac{d}{dx} \int_0^{R_c} ru^2 dr \right) \end{aligned}$$

Если положить для простоты, что $u = \bar{u}$, то с учетом (3) будем иметь

$$\frac{\partial}{r \partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\rho}{\mu} \frac{d\bar{u}}{dt} + \frac{dp}{\mu dx} + \frac{\rho g}{\mu} . \quad (4)$$

После интегрирования и осреднения получим

$$\frac{dp}{dx} = -\rho \frac{d\bar{u}}{dt} - 8 \frac{\mu}{R_c^2} \bar{u} - \rho g . \quad (5)$$

Проинтегрируем теперь уравнение (5) по x от нижнего среза капилляра до мениска жидкости, при этом пренебрегая изменением мениска по высоте по сравнению с высотой слоя h , получим

$$p_h - p_0 = -\rho h \frac{d\bar{u}}{dt} - 8 \frac{\mu}{R_c^2} h \bar{u} - \rho gh , \quad (6)$$

где p_0 - давление на нижнем срезе капилляра, p_h - осредненное по радиусу давление жидкости на поверхности. Из уравнения Лапласа следует, что

$$p_h - p_a = \frac{2}{R_c^2} \sigma \int_0^{R_c} r \left(\frac{h''_{rr}}{(1+h'_r)^{3/2}} + \frac{h'_r}{r(1+h'_r)^{1/2}} \right) dr = 2 \frac{\sigma}{R_c} \frac{\theta}{(1+\theta^2)^{1/2}} , \quad (7)$$

где P_a - атмосферное давление; σ - коэффициент поверхностного натяжения, $\theta = (h'_r)_{r=R_c}$. Учитывая, что $\bar{u} = dh/dt$ окончательно получим следующее выражение

$$h \frac{d^2 h}{dt^2} + gh + 8 \frac{\mu}{\rho R_c^2} h \frac{dh}{dt} - 2 \frac{\sigma}{R_c} \frac{\theta}{(1+\theta^2)^{1/2}} = p_0 - p_a . \quad (8)$$

Это уравнение может быть обобщено на случай, когда в нижней части капилляра находится одна жидкость, а в верхней другая. В этом случае уравнение будет иметь вид

$$h \left(1 + \frac{\rho_p \ell - h}{\rho_g h} \right) \frac{d^2 h}{dt^2} + gh \left(1 + \frac{\rho_p \ell - h}{\rho_g h} \right) + 8 \frac{\mu_g}{\rho_g R_c^2} \left(1 + \frac{\mu_p \ell - h}{\mu_g h} \right) h \frac{dh}{dt} - 2 \frac{\sigma}{R_c} \frac{\theta}{(1 + \theta^2)^{1/2}} = p_0 - p_a, \quad (9)$$

где индекс g относится к нижней жидкости, индекс p - к верхней; ℓ - длина капиллярной трубки.

Обсуждение результатов. В настоящее время неизвестны зависимости величин углов смачивания от параметров движения, поэтому для простоты будем считать их постоянными и равными равновесному углу смачивания. При проведении расчетов это означает, что величина θ постоянна для рассматриваемой жидкости, что значительно упрощает задачу, т.к. в этом случае не рассматривается изменение угла смачивания при движении.

На рис. 1-4 приведены кривые подъема и опускания мениска для воды ($\theta=1$) и спирта ($\theta=2$). Из рисунков видно, что в зависимости от начальной высоты столба жидкости, кривые движения мениска ведут себя по разному, однако статическая высота одинакова для всех кривых рассматриваемого рисунка и соответствует определенной жидкости и радиусу капилляра.

Из экспериментов известно, что характер движения мениска для воды сильно зависит от того, опускается он или поднимается. Это отличие хорошо прослеживается по тому положению, которое занимает слой воды после своего подъема или опускания. При опускании мениск останавливается на одной высоте, при подъеме - на другой, как правило, более низкой (явление порядкового гистерезиса). Чем меньше диаметр капилляра, тем это явление заметнее.

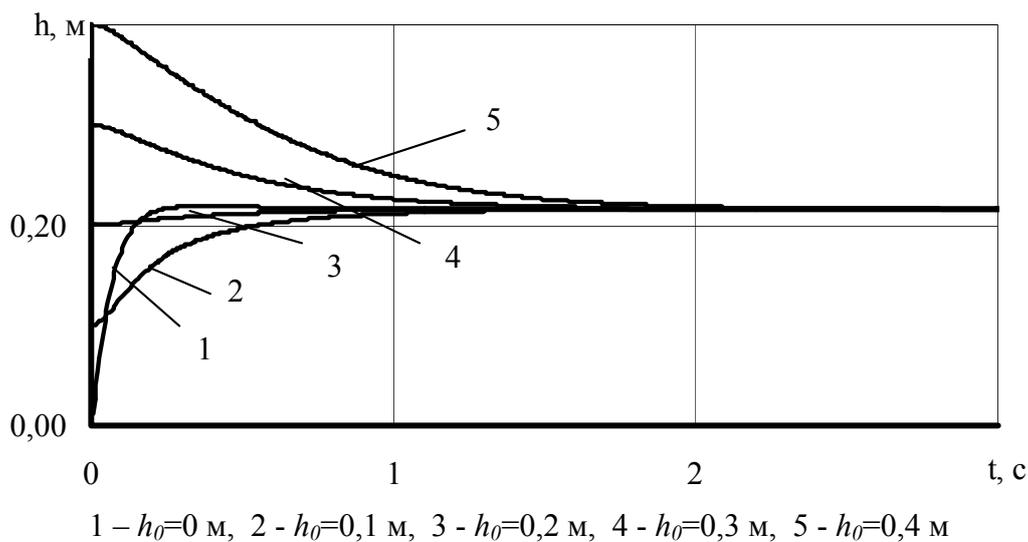
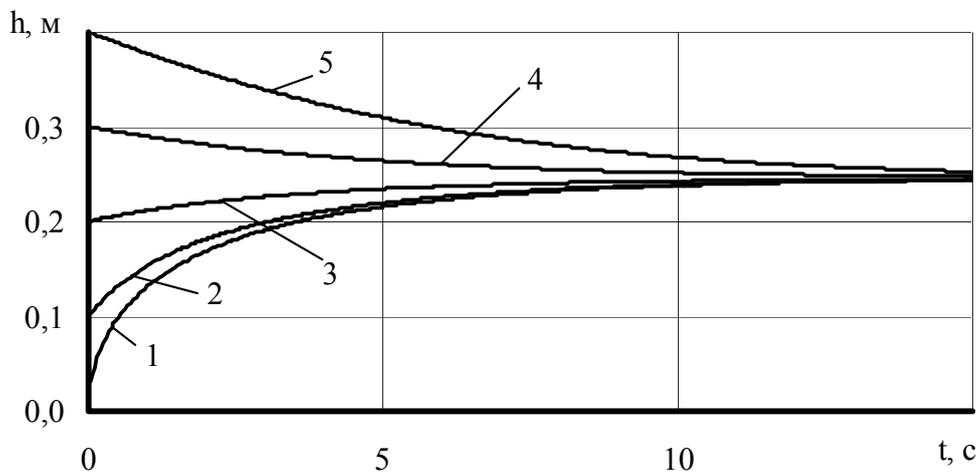
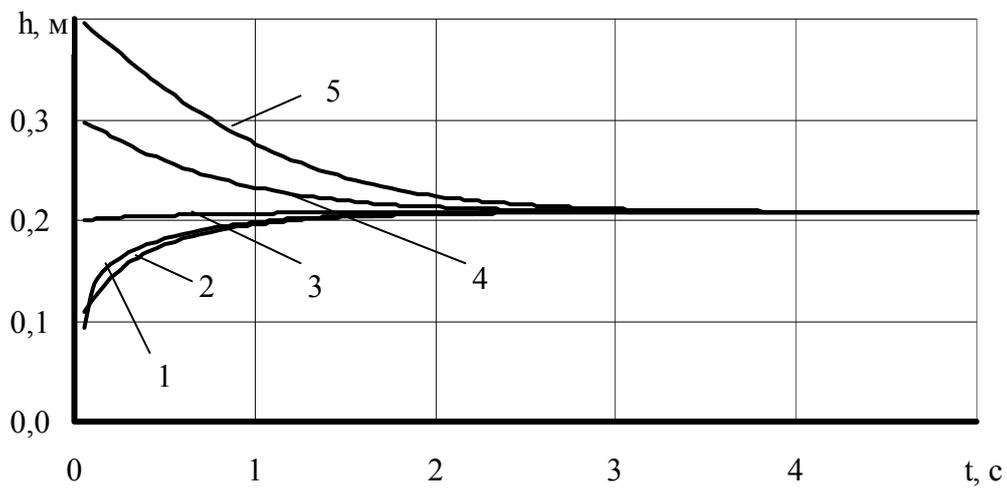


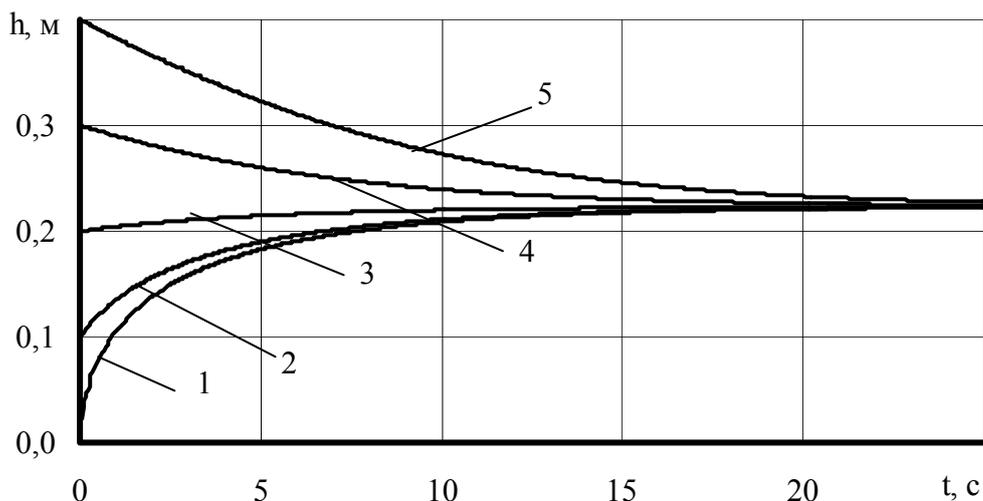
Рис. 1 - Движение мениска воды в капилляре $R_c=0.65$ мм



1 - $h_0=0$ м, 2 - $h_0=0,1$ м, 3 - $h_0=0,2$ м, 4 - $h_0=0,3$ м, 5 - $h_0=0,4$ м
 Рис. 2 - Движение мениска воды в капилляре $R_c=0.225$ мм



1 - $h_0=0$ м, 2 - $h_0=0,1$ м, 3 - $h_0=0,2$ м, 4 - $h_0=0,3$ м, 5 - $h_0=0,4$ м
 Рис. 3 - Движение мениска спирта в капилляре $R_c=0.65$ мм



1 - $h_0=0$ м, 2 - $h_0=0,1$ м, 3 - $h_0=0,2$ м, 4 - $h_0=0,3$ м, 5 - $h_0=0,4$ м

Рис. 4 - Движение мениска спирта в капилляре $R_c=0.225$ мм

Физически подъем жидкости и ее опускание идет при различных условиях. Опускание жидкости идет при смоченном капилляре с образованием тонкой пленки жидкости, тянущейся по стенке за движущимся слоем. Подъем жидкости в несмоченном капилляре происходит в других условиях. Здесь по-другому распределяются силы между стенкой и жидкостью и динамика процесса во многом зависит от физико-химических процессов в приповерхностных слоях, которые в настоящее время еще слабо изучены [1, 2]. Смоченная поверхность довольно сильно изменяет характер движения мениска при подъеме, но все же не исключает проявление гистерезиса. Как уже указывалось выше, согласно современным представлениям, гистерезисные явления связаны со смачиванием. Причин изменения смачивания довольно много. В данной работе выделим одну – шероховатость поверхности. Взаимодействию шероховатости и смачивания посвящено также много работ. К уже цитируемым здесь [1, 2, 4] необходимо добавить работу [7], в которой этот вопрос разбирается довольно подробно. Примем, что физический угол смачивания жидкости по отношению к гладкой стенке постоянен и не меняется в зависимости от характера движения. Однако наличие шероховатости приводит к изменению эффективного угла смачивания, который определяется из выражения [1]

$$\text{Cos } \alpha_{ef} = K \text{Cos } \alpha \quad , \quad (10)$$

где коэффициент K представляет собой отношение площади гладкой поверхности к площади шероховатой. Предположим, что шероховатость меняется по некоторому периодическому закону, при котором выполняется условие, что

$$K = 1 - A * \left(1 - \text{Sin} \left(2\pi\omega \frac{x}{R_c} \right) \right) , \quad (11)$$

где A - амплитуда; ω - частота. Учитывая, что $\theta = 1 / \text{tg} \alpha$, из (10) найдем эффективную величину

$$\theta_{ef} = \frac{1}{\text{tg} \alpha_{ef}} = \frac{K}{\sqrt{1 - K^2 + \text{tg}^2 \alpha}} \quad (12)$$

и подставим ее в уравнение (9). Проведенные расчеты для значений $A = 0.2$ и $\omega = 1$ показаны на рис. 5, 6

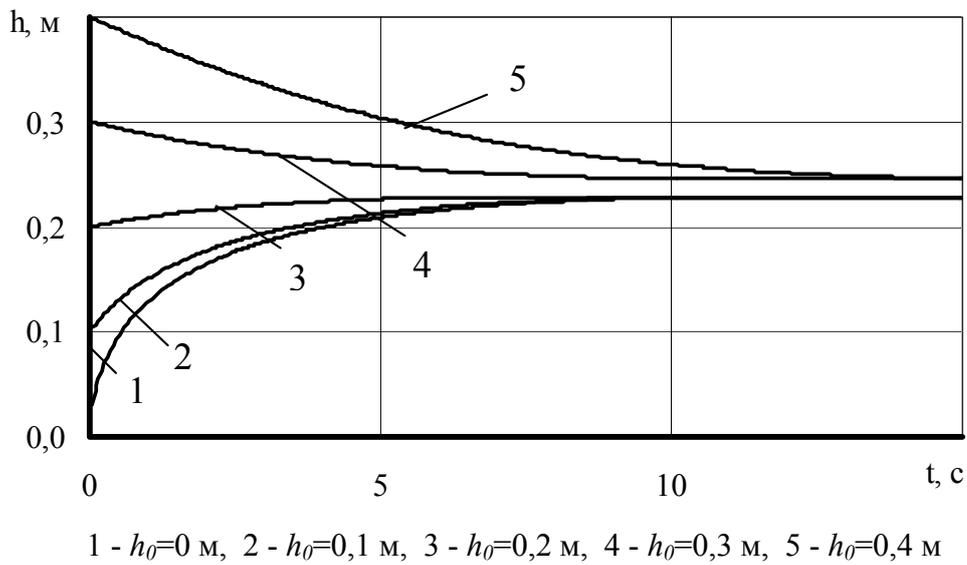


Рис. 5 - Движение мениска воды в капилляре $R_c=0.225$ мм с шероховатыми стенками

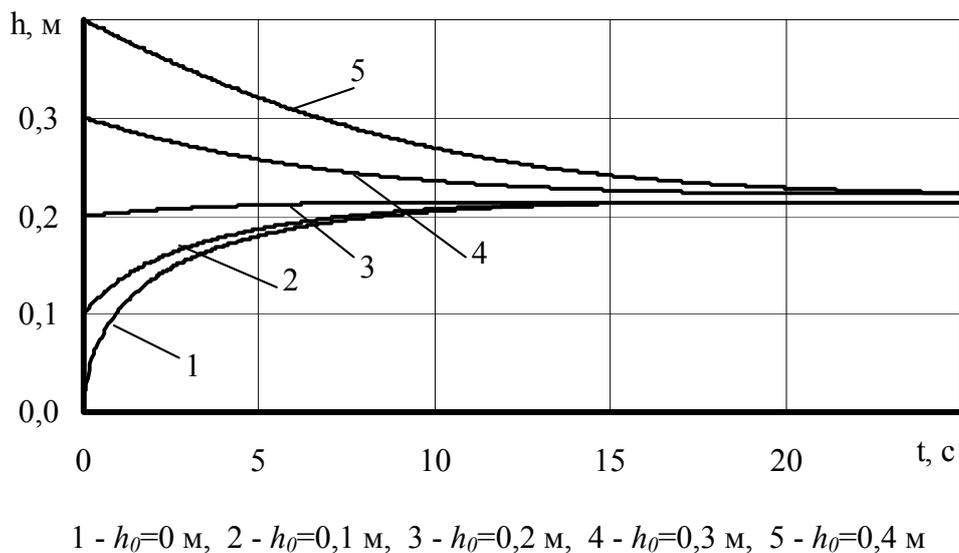


Рис. 6 - Движение мениска спирта в капилляре $R_c=0.225$ мм с шероховатыми стенками

Из них видно, для капилляра с радиусом $0.225 \cdot 10^{-3}$ м наблюдаются гистерезисные явления, заключающиеся в том, что при различном начальном уровне мениска достигаются две разные высоты подъема. Когда жидкость движется снизу она останавливается на одном уровне (высота поднятия), когда движется сверху - на другом более высоком (высота удержания). Разница в высотах для воды составляет в нашем случае $19 \cdot 10^{-3}$ м, для спирта она меньше – $1 \cdot 10^{-2}$ м. Для капилляра с радиусом $0,65 \cdot 10^{-3}$ м этой разницы практически нет – для воды она на порядок меньше, для спирта еще меньше.

Таким образом, рассматривая только влияние шероховатости на эффективный угол смачивания и оставляя без внимания все остальные факторы, влияющие на смачивание, приходим к появлению гистерезиса при движении жидкости в капилляре.

При этом при смене сред, а именно: воды на спирт меняется и величина гистерезиса. Аналогичные эффекты наблюдались и при проведении экспериментальных исследований, что указывает на качественно правильную трактовку этого явления в предложенной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сумм Б.Д., Горюнов Ю.В. Физико-химические основы смачивания и растекания. - М.: Химия, 1976. - 232с.
2. Адамсон А. Физическая химия поверхностей. - М.: Мир, 1979. - 568 с.
3. Елисеев В. И., Луценко В.И. Статические гистерезисные явления в капиллярах // Геотехнічна механіка: Міжвід.зб. наук. праць / Ін-т геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України. - Дніпропетровськ, 2006. – вип. 66. – С. 111 -118.
4. Быховский А.И. Растекание. – Киев: Наук. думка. – 1983. - 192 с.
5. Земских В.И., Крылова М.В. Макроскопические характеристики движения границы раздела фаз в единичном капилляре с учетом капиллярных сил // МЖГ, 1998. - № 1. - С. 188-190.
6. Елисеев В.И. Тепломассообмен в пузырьке, движущемся в многокомпонентном растворе // Вісник ДНУ. Механіка. - Вип. 7. - Т. 1. - С. 20-26.
7. Сумм Б.Д. Гистерезис смачивания // СОЖ, 1999. - № 7. - С. 98-102.